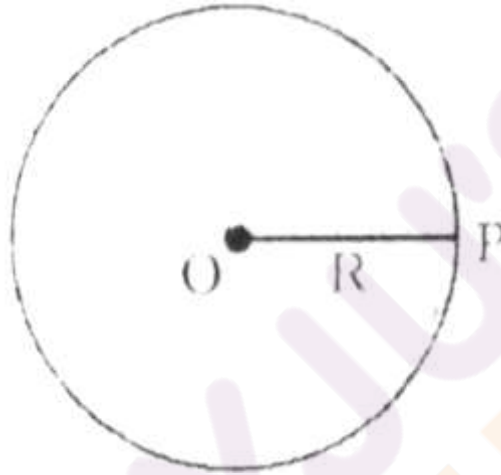


Geometry Notes on Circle Hindi PDF

इस लेख में हम, वृत्त एवं उससे जुड़ी कई प्रमेयों के बारे में चर्चा करेंगे। वृत्त ज्यामिति का बहुत की महत्वपूर्ण भाग है। इस लेख में हम स्पर्श रेखा, जीवा और कुछ अहम शार्ट ट्रिक्स का अध्ययन करेंगे।

वृत्त:

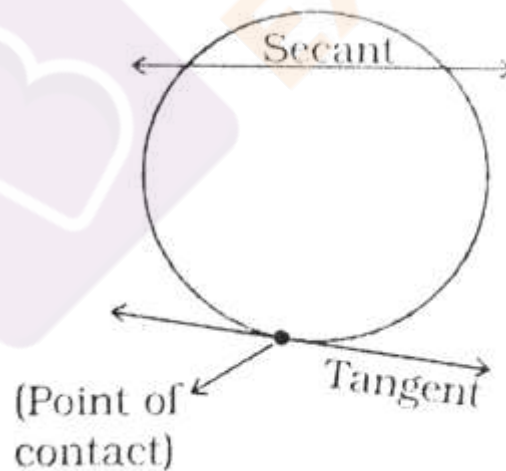
1. एक वृत्त उन बिन्दुओं का समुच्चय अथवा बिन्दुपथ होता है जो कि एक निश्चित बिन्दु (केन्द्र) से नियत दूरी पर स्थित होते हैं।
2. वृत्त के केन्द्र से परिधि पर स्थित किसी भी बिन्दु के मध्य दूरी समान होती है।

**व्यास:**

व्यास त्रिज्या का दो गुना होता है, $D=2R$

वृत्त के केन्द्र से होकर गुजरने वाली जीवा को वृत्त का व्यास कहते हैं।

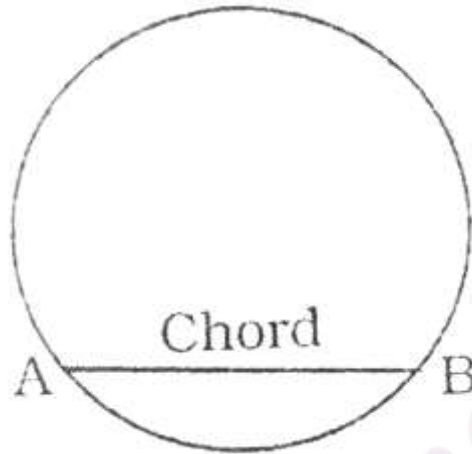
स्पर्श रेखा: वह रेखा जो वृत्त को उसकी परिधि के एक बिन्दु पर स्पर्श करती है, स्पर्श रेखा कहलाती है।



छेदक रेखा: वह रेखा जो वृत्त को दो बिन्दुओं पर स्पर्श करती है, छेदक रेखा होती है।

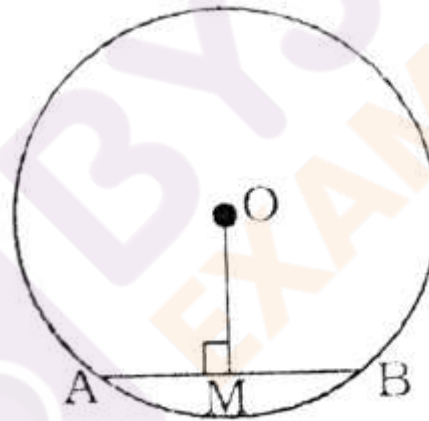
जीवा: वह रेखाखण्ड जो कि वृत्त के अंदर स्थित होता है और इसके अंतिम बिन्दु सदैव वृत्त की परिधि पर स्थित होते हैं।





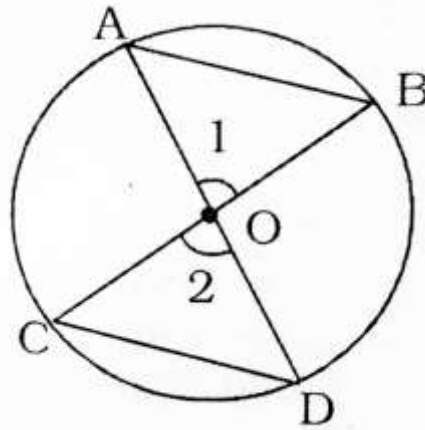
वृत्त के प्रमुख सिद्धांत एवं परिणाम

1. वृत्त की दो जीवाओं में, बड़ी जीवा केन्द्र के समीप होती है।
2. वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है अथवा यदि त्रिज्या जीवा पर लम्बवत हो तो वह जीवा को सदैव समान विभाजित करती है।



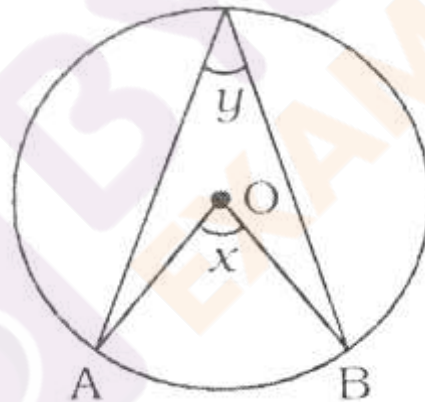
3. वृत्त के केन्द्र और जीवा के मध्य बिन्दु को मिलाने वाला कोई भी रेखाखण्ड जीवा पर लम्बवत होता है।
यदि $AM=MB$ तो OM , AB पर लम्ब होगा। (उपरोक्त आकृति में देखें।)
4. वृत्त की प्रत्येक समान जीवा वृत्त के केन्द्र पर समान कोण अंतरित करती है।
अर्थात् यदि $AB = CD$ तो $\angle 1 = \angle 2$





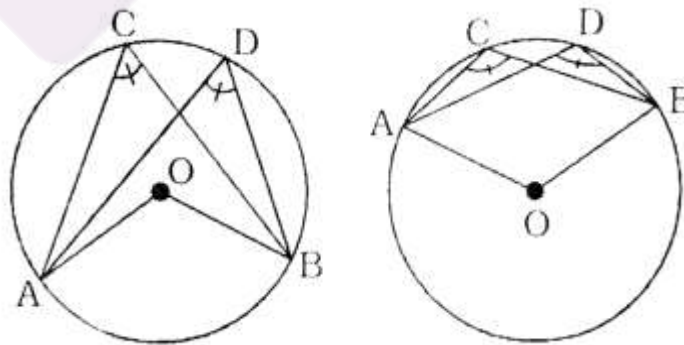
- (5) यदि दो जीवाओं द्वारा केन्द्र पर बनाया गया कोण समान हो तो जीवाएं लम्बाई में समान होती है।
 (6) वृत्त की समान जीवाएं वृत्त के केन्द्र से समान दूरी पर स्थित होती है।
 (*) वृत्त के केन्द्र से समान दूरी पर स्थित जीवाएं लम्बाई में आपस में बराबर होती है।
 (7) किसी चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर बनाया गया कोण इस चाप द्वारा वृत्त की परिधि के शेष भाग पर बनाये गये कोण का दुगना होता है।

$$\angle x = 2\angle y,$$

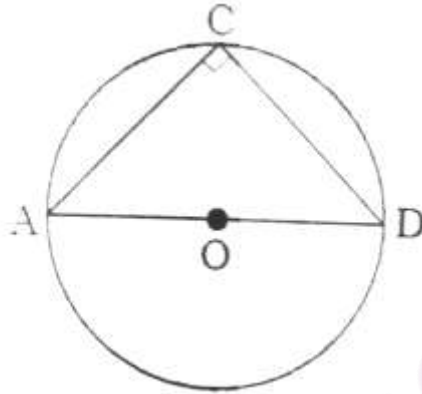


- (08) किसी चाप द्वारा एक ही त्रिज्याखण्ड में बने कोण समान होते हैं।

$$\angle ACB = \angle ADB$$



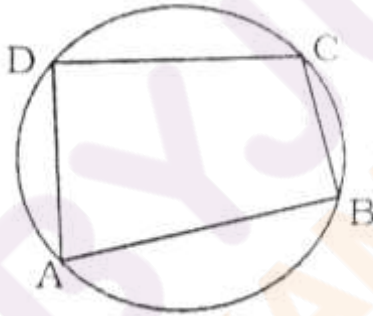
(09) अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है अर्थात व्यास द्वारा परिधि पर अंतरित कोण सदैव समकोण होता है।



(10) किसी समकोण त्रिभुज के कर्ण पर बनाया गया वृत्त इसके समकोण वाले शीर्ष से होकर गुजरता है।

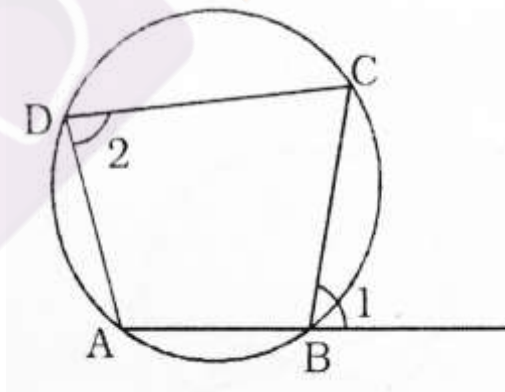
(11) किसी चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग सदैव 180° होता है।

चक्रीय चतुर्भुज वह चतुर्भुज होता है जिसके सभी शीर्ष वृत्त की परिधि पर स्थित होते हैं।



$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$$

(12) यदि चक्रीय चतुर्भुज की किसी भुजा को आगे बढ़ाया जाता है तो नया बना बाह्य कोण सूदूर विपरीत अंतः कोण के बराबर होता है।

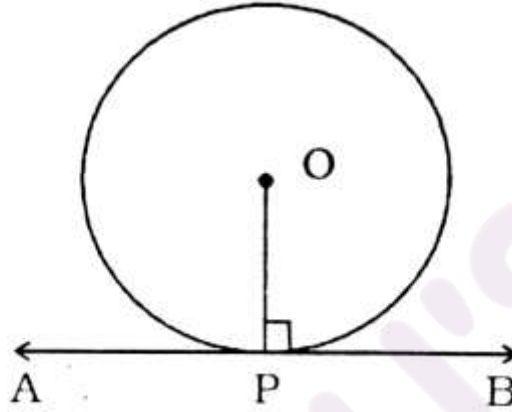


$$\angle 1 = \angle 2$$



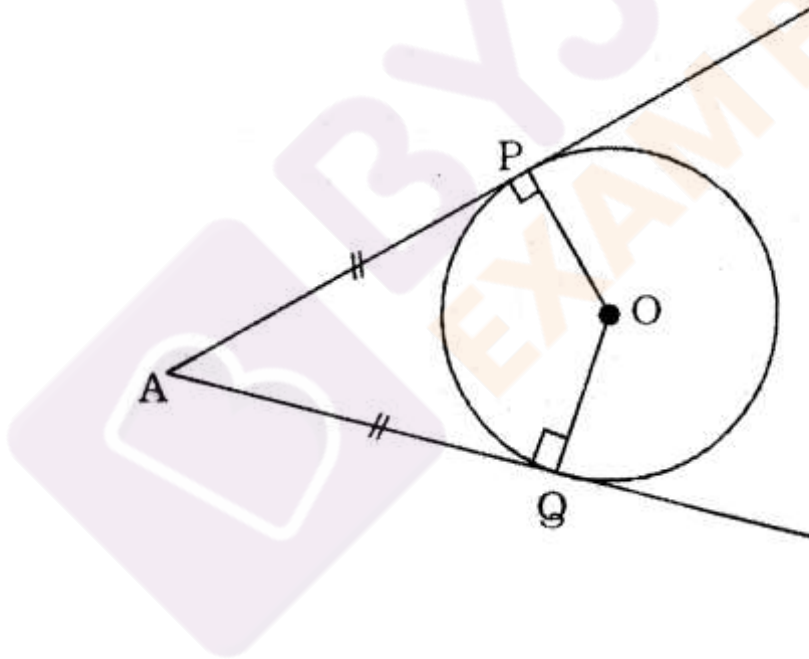
स्पर्श रेखा के कुछ महत्वपूर्ण बिन्दु:

(1) वृत्त की स्पर्श रेखा और त्रिज्या, वृत्त की परिधि पर स्पर्श रेखा के मिलान बिन्दु पर सदैव 90° का कोण अंतरित करती है।

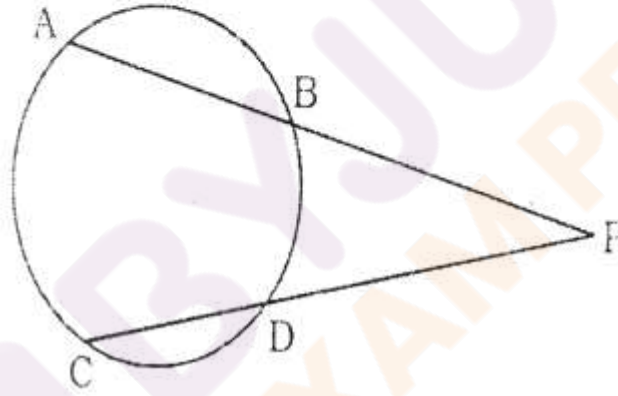
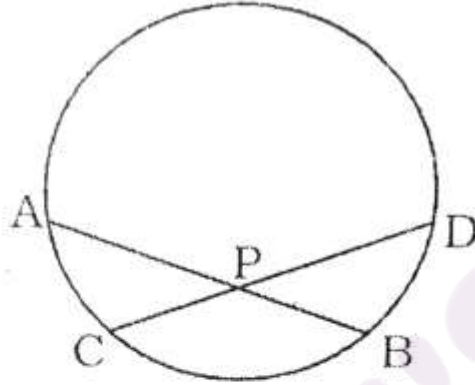


यदि AB, P पर स्पर्शी हो, तो OP, AB पर लम्बवत होगी।

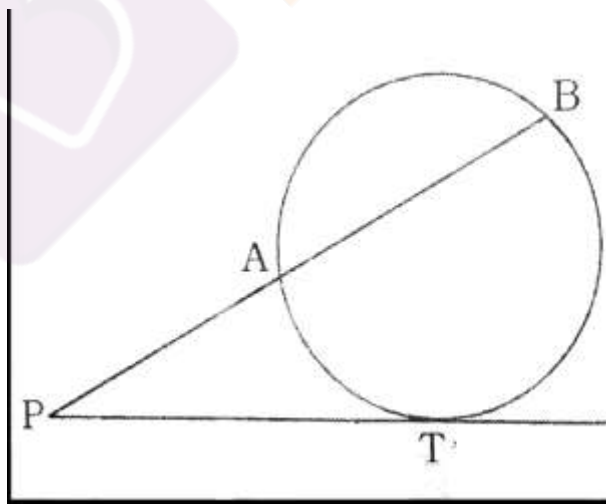
(2) एक ही बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गयी दो स्पर्श रेखाओं की लम्बाई आपस में समान होती है। $AP=AQ$



(3) यदि दो जीवाएं AB और CD, वृत्त को अंतः अथवा बाह्य प्रतिच्छेदित करें तो
 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$



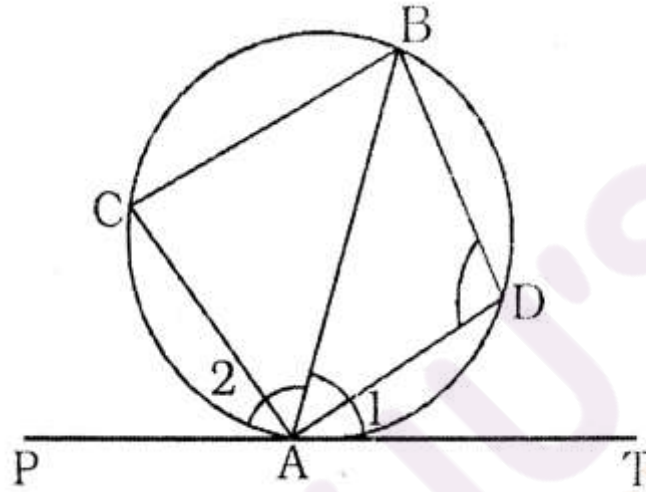
(4) यदि PAB एक छेदक रेखा है जो वृत्त को A और B पर प्रतिच्छेदित करती है और PT, T पर स्पर्शी है, तो
 $PT^2 = PA \cdot PB$



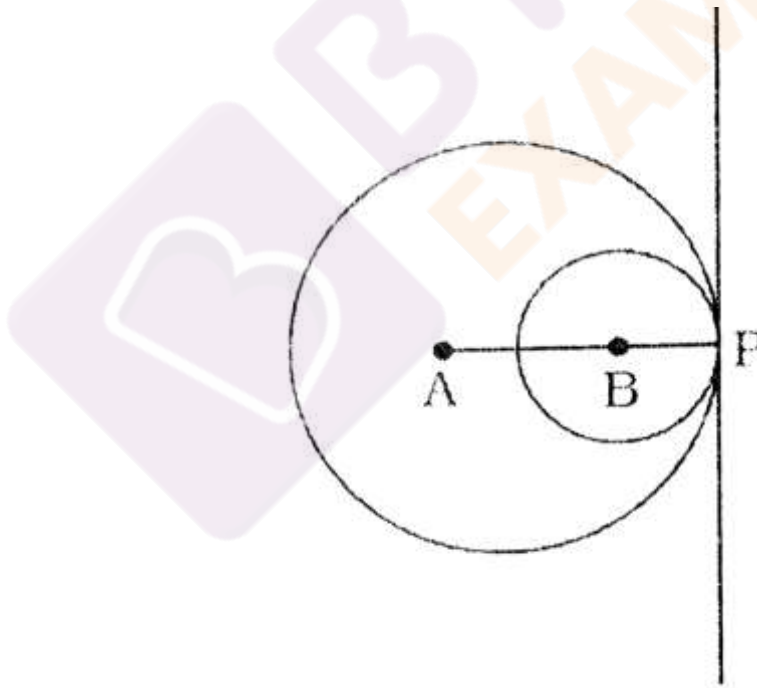
(5) यदि वृत्त के स्पर्श बिन्दु से कोई जीवा खींची जाए, तो जीवा वृत्त के साथ जो कोण बनाती है वे क्रमशः एकान्तर वृत्त खण्डों के कोण के बराबर होते हैं।

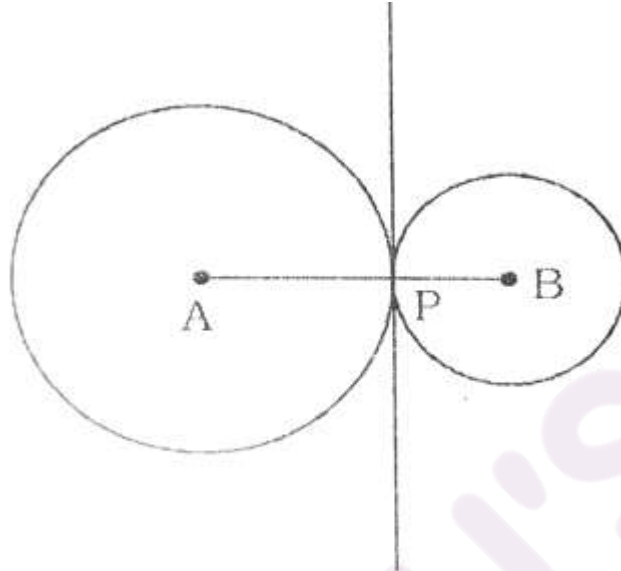
$$\angle BAT = \angle BCA = \angle 1$$

$$\angle BAP = \angle BDA = \angle 2$$



(6) यदि दो वृत्त एक दूसरे को अंतः अथवा बाह्य स्पर्श करते हों, तो स्पर्श बिन्दु वृत्तों के केन्द्रों को मिलाने वाले रेखाखण्ड पर स्थित होता है।





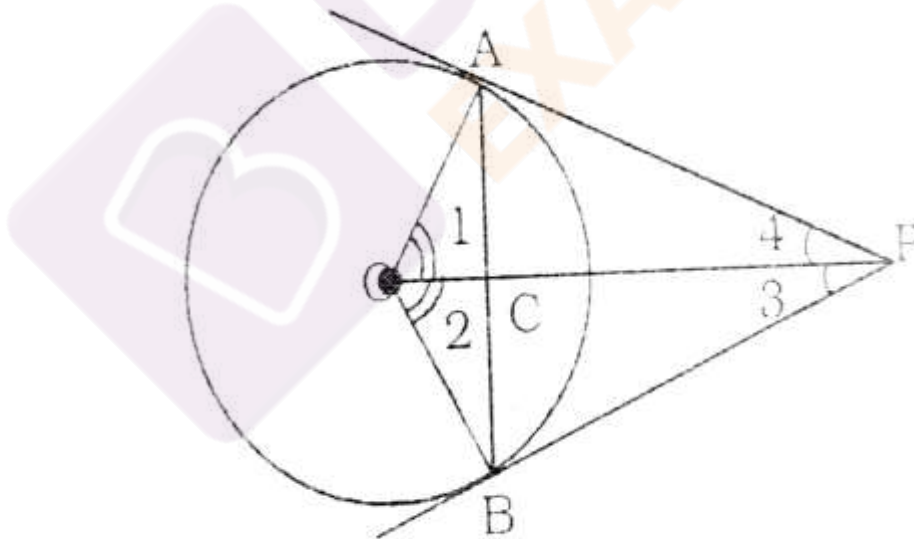
केन्द्रों के मध्य दूरी

जब वृत्त अंतः स्पर्श करें, दूरी = $AP - BP$

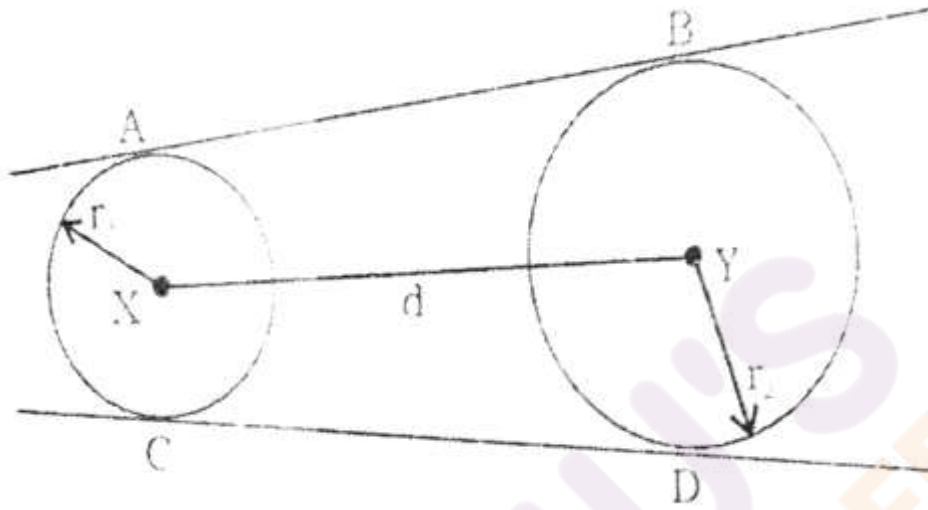
जब वृत्त बाह्य स्पर्श करें, दूरी = $AP + BP$

कुछ महत्वपूर्ण परिणाम:

(1) यदि एक बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्शी रेखाएं PA और PB खींची जाएं, तो $\angle 1 = \angle 2$ और $\angle 3 = \angle 4$, OP, AB के लम्बवत है और $AC = BC$

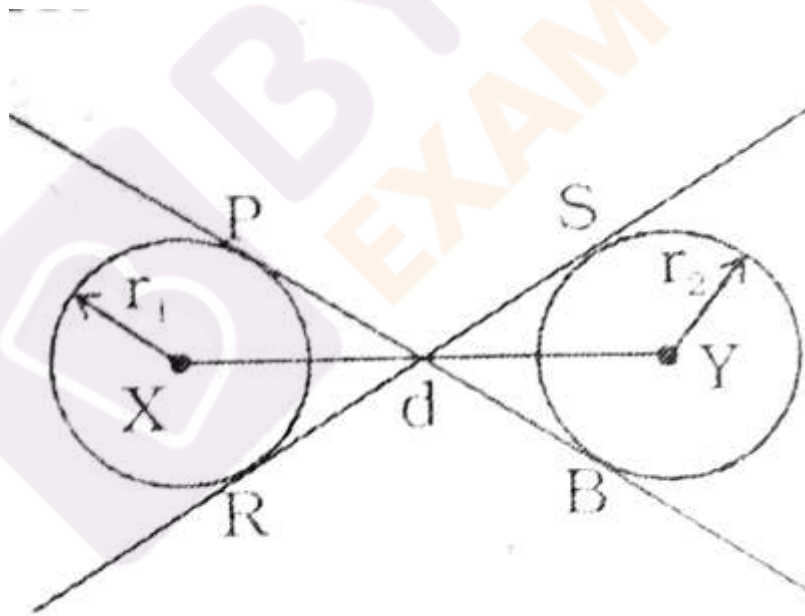


(2) यदि r_1 और r_2 दो वृत्तों की त्रिज्याएं हों और d दोनों वृत्तों के केन्द्रों के मध्य दूरी हो, तो दोनों वृत्तों की उभयनिष्ठ अनुस्पर्शी रेखा की लम्बाई



$$= \sqrt{d^2 - (r_1 - r_2)^2}$$

(3) यदि r_1 और r_2 दो वृत्तों की त्रिज्याएं हों और d दोनों वृत्तों के केन्द्रों के मध्य दूरी हो, तो दोनों वृत्तों की उभयनिष्ठ त्रिक स्पर्शी रेखा की लम्बाई

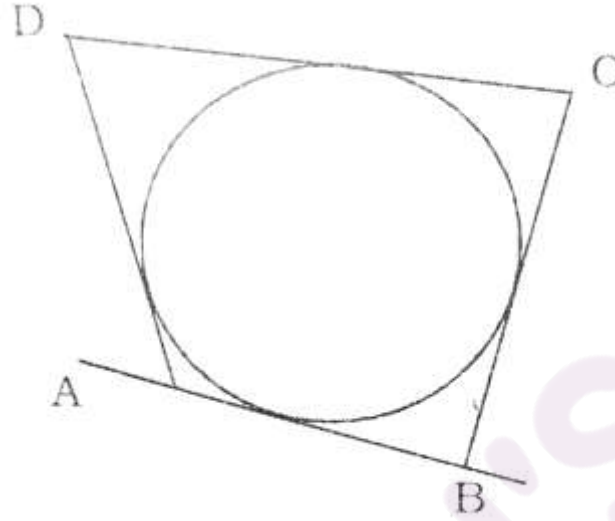


$$= \sqrt{d^2 - (r_1 + r_2)^2}$$

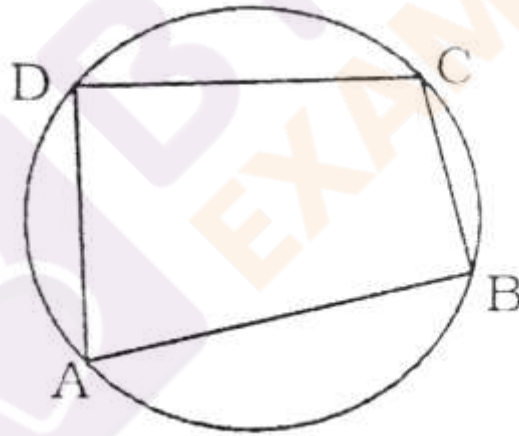
(4) यदि कोई वृत्त किसी चतुर्भुज की चारों भुजाओं को स्पर्श करता है, तो विपरीत भुजाओं के युग्म का योग बराबर होता है।

अर्थात् $AB+CD=AD+BC$





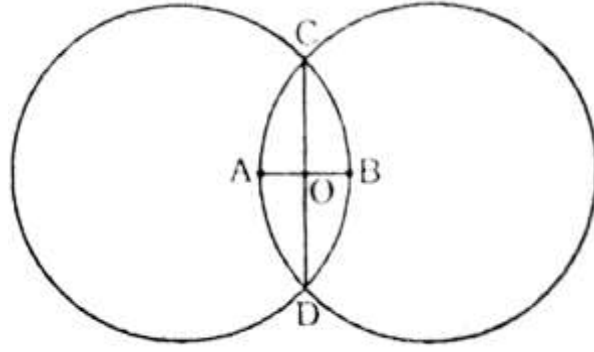
- (5) यदि किसी वृत्त की दो जीवाएं AB और AC आपस में बराबर हों, तो कोण $\angle BAC$ का द्विभाजक वृत्त के केन्द्र O से होकर गुजरता है।
- (6) किसी चक्रीय चतुर्भुज के कोण समाद्विभाजक द्वारा बना समबाहू त्रिभुज भी चक्रीय होता है।
- (7) यदि चक्रीय समलम्ब चतुर्भुज समद्विबाहू है तो इसके विकर्ण समान होते हैं।



यदि AB, DC के समान्तर है और $AD = BC$ तो $AC = BD$

- (8) दीर्घ वृत्त में बना कोण न्यूनकोण और लघु वृत्त खण्ड में बना कोण अधिककोण होता है।
- (9) यदि r समान त्रिज्या के दो समान वृत्त इस प्रकार हैं कि एक वृत्त का केन्द्र दूसरे वृत्त की परिधि पर स्थित है तो उन वृत्तों की उभयनिष्ठ जीवा की लम्बाई निम्न सूत्र से ज्ञात करेंगे - $l = \sqrt{3} * r$



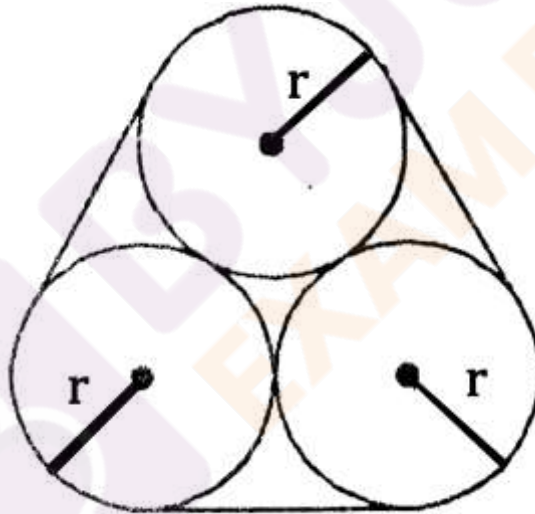


(10) यदि $2a$ और $2b$ दो जीवाओं की लम्बाई है जो कि एक दूसरे को समकोण पर प्रतिच्छेदित करती हैं और यदि वृत्तों के केन्द्र के मध्य दूरी और जीवा का प्रतिच्छेदन बिन्दु C है तो वृत्त की त्रिज्या निम्न सूत्र से ज्ञात की जायेगी –

$$\frac{\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{\sqrt{2}}$$

(11) यदि r त्रिज्या के तीन वृत्त एक रबड़ बैण्ड से घिरे हों तो रबड़ बैण्ड की लम्बाई होगी –

$$6r + 2\pi r$$



All the Best

DREAM, STRIVE & SUCCEED With US!

Check OUT

SSC 2023 उद्देश्य Batch : Comprehensive course for SSC CGL & CHSL (Hindi Batch)

3 Crore+ Registered Aspirants | 2.5 Crore Downloads | 50,000+ Selections



Join Our Classroom Program Now





AIR
1



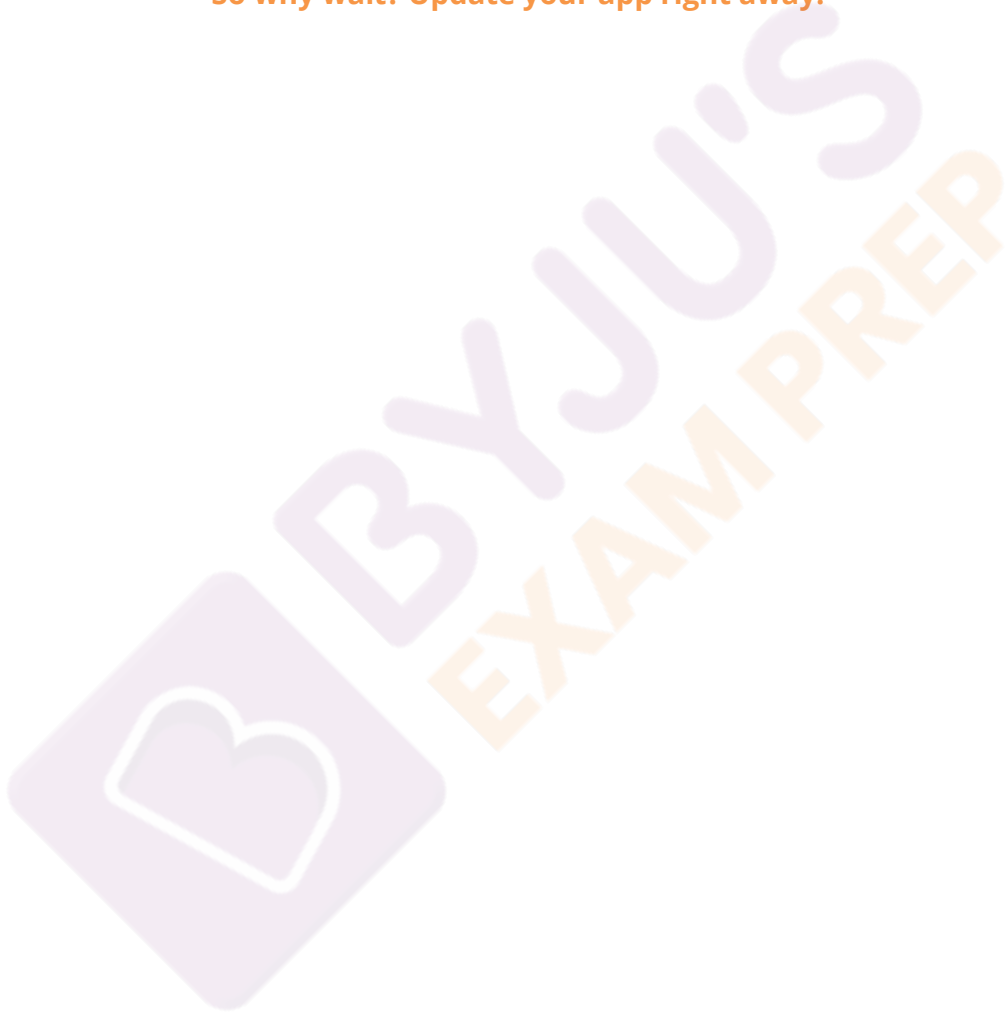
Rishabh Kumar
Online Classroom Program User

SSC CGL 2021

Assistant Section Officer in **CSS**

User ID: 72ff29b0-81ff-11ea-b1d8-a6670f6ef945

So why wait? Update your app right away!



Join Our Classroom Program Now



Buy Test Series

Unlock All 650+ Mock Tests for SSC & Railway

- Unlimited Access
- All Exams covered
- Designed by Experts
- Performance Analysis