सी.डी.एस., एफकैट, एयरफोर्स ग्रुप X और Y परीक्षाओं के लिए गुरुत्वाकर्षण एक महत्वपूर्ण विषय है। हर साल इस विषय से लगभग 1-2 सवाल पूछे जाते हैं। यह एक बहुत रोचक और आसान विषय है, इसलिए प्रतियोगी इस विषय से अच्छे अंक भी प्राप्त कर सकते हैं।

भौतिकी - गुरुत्वाकर्षण पर महत्वपूर्ण नोट्स

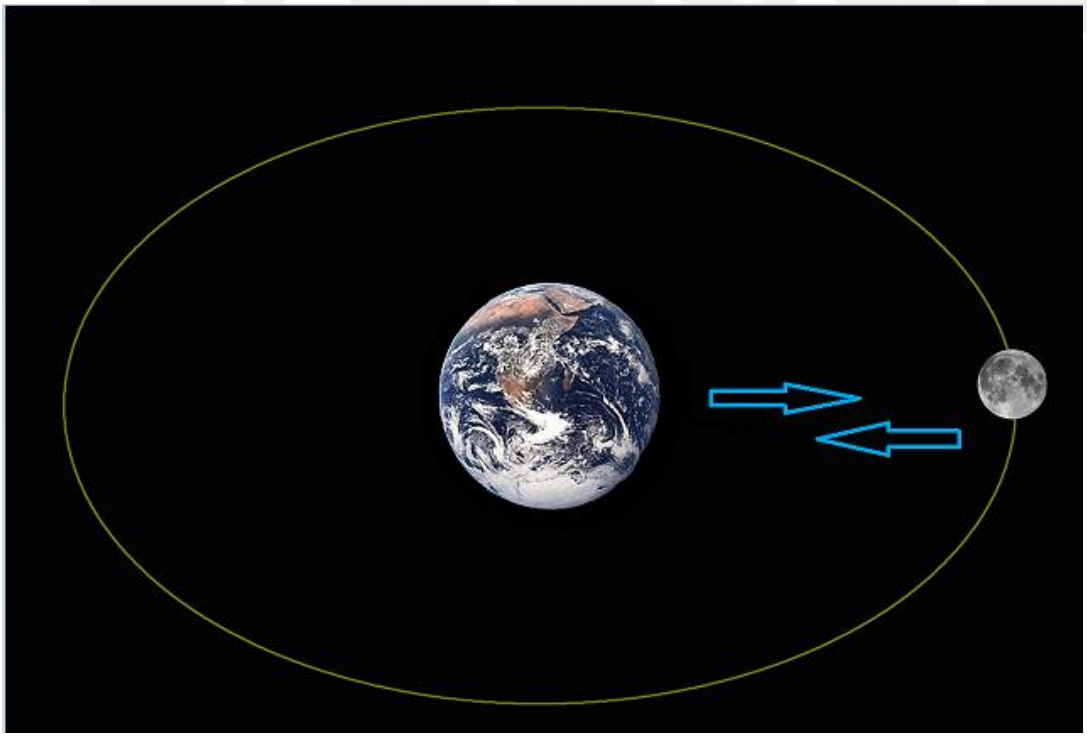
गुरुत्वाकर्षण का सार्वत्रिक नियम और गुरुत्वाकर्षण नियतांक

ब्रह्माण्ड में, प्रत्येक पिण्ड किसी दूसरे पिण्ड को एक बल से आकर्षित करता है जिसका परिमाण उन पिण्डों के द्रव्यमानों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती और उन पिण्डों के बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। इस आकर्षण बल को गुरुत्वाकर्षण बल कहते हैं।

$$\vec{F} \propto \frac{M_1 M_2}{R^2}$$

$$\vec{F} = \frac{G M_1 M_2}{R^2}$$

जहाँ, M_1 और M_2 दोनों पिण्डों के द्रव्यमान हैं, R दोनों पिण्डों के बीच दूरी है और G गुरुत्वाकर्षण नियतांक है। $G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2(Kg)^{-2}$



1. गुरुत्वाकर्षण बल की प्रकृति आकर्षक होती है।
2. गुरुत्वाकर्षण बल माध्यम की प्रकृति पर निर्भर नहीं करता है।

3. गुरुत्वाकर्षण बल प्रकृति में संरक्षी बल होता है।
4. यह एक केन्द्रीय बल है जो दो निकाय पिण्डों के द्रव्यमान केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है और यह व्युत्क्रम वर्ग के नियम का पालन करता है।

पृथ्वी का गुरुत्वाकर्षण बल और इसमें परिवर्तन

पृथ्वी द्वारा लगाए गए गुरुत्वाकर्षण खिंचाव बल को गुरुत्व बल कहते हैं। इस गुरुत्व बल के कारण पिण्ड में उत्पन्न त्वरण को गुरुत्वीय त्वरण (g) कहते हैं।

$$g = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

यहाँ M_e पृथ्वी का द्रव्यमान है, और R_e पृथ्वी की त्रिज्या है।

माना पृथ्वी का घनत्व ρ है, तो पृथ्वी के गुरुत्व के कारण त्वरण =

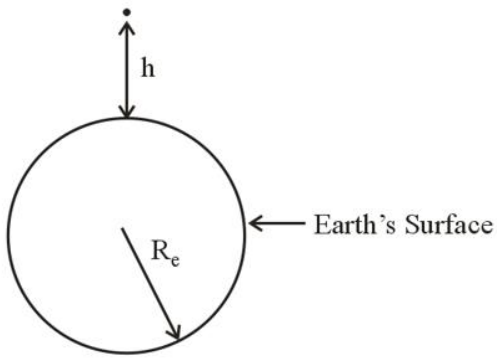
$$g = \frac{GM_e}{R_e^2} = \frac{G\frac{4}{3}\pi R_e^3\rho}{R_e^2} = \frac{4}{3}\pi G R_e \rho$$

गुरुत्वीय त्वरण में परिवर्तन

ऊंचाई (h) के कारण:

पृथ्वी सतह से h ऊँचाई ऊपर गुरुत्वीय त्वरण का मान

$$g_h = g\left(1 - \frac{2h}{R_e}\right)$$

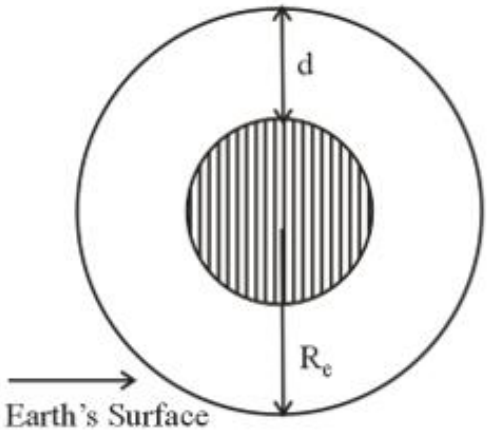


अत: ऊंचाई h बढ़ने के साथ गुरुत्वीय त्वरण के मान में कमी आती है।

गहराई (d) के कारण:

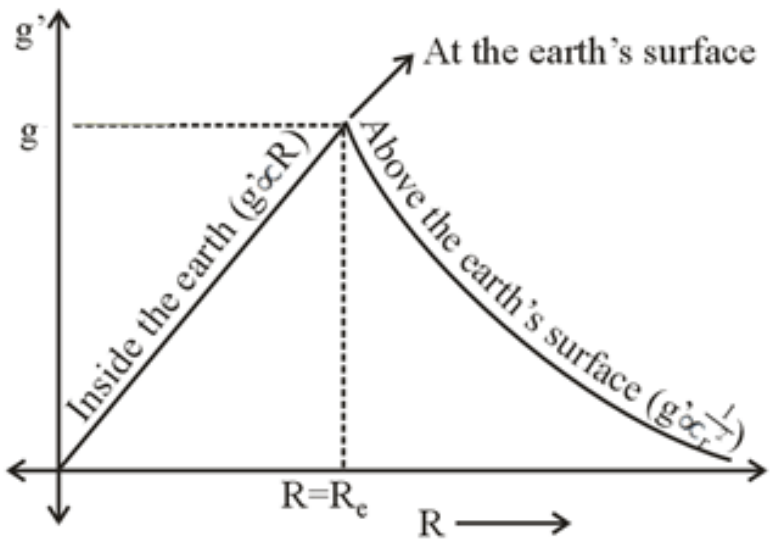
पृथ्वी सतह से d गहराई पर गुरुत्वीय त्वरण का मान

$$g_d = g\left(1 - \frac{d}{R_e}\right)$$



अतः गहराई बढ़ने के साथ भी गुरुत्वीय त्वरण का मान घटता है, और पृथ्वी के केन्द्र पर यह शून्य हो जाता है।

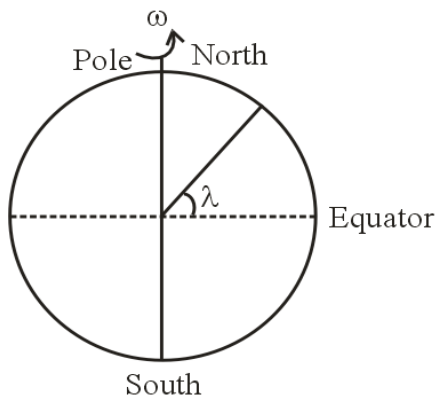
पृथ्वी (R) के केन्द्र से दूरी परिवर्तित होने के साथ गुरुत्वीय त्वरण के मान में परिवर्तन को इस आरेख से स्पष्ट किया गया है -



पृथ्वी के अपनी अक्ष पर घूमने के कारण गुरुत्वीय त्वरण के मान में परिवर्तन

माना λ अक्षांश पर गुरुत्वीय त्वरण का मान $g_\lambda = g - R_e\omega^2\cos^2\lambda$ है,

जहाँ ω पृथ्वी की अपने अक्ष के परितः कोणीय घूर्णन गति है।



अक्षांश $\lambda = 0^\circ$ पर, गुरुत्वीय त्वरण का मान $g_{equator} = g - R_e\omega^2$

ध्रुवों $\lambda = 90^\circ$ पर, गुरुत्वीय त्वरण का मान $g_{pole} = g$.

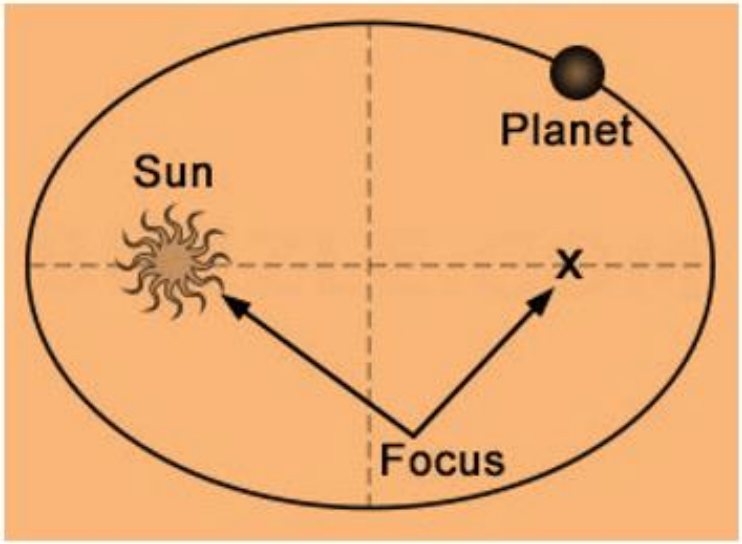
अतः पृथ्वी की घूर्णन गति के कारण विषुवत रेखा से ध्रुवों की ओर जाने पर, गुरुत्वीय त्वरण का मान बढ़ता है।

यदि पृथ्वी अपनी अक्ष के परितः घूमना बंद कर दे, अर्थात $\omega = 0$, तो g का मान ध्रुवों को छोड़कर सभी जगह बढ़ेगा। लेकिन यदि पृथ्वी की घूर्णन गति में वृद्धि कर दी जाए, तो ध्रुवों के अतिरिक्त सभी जगहों पर गुरुत्वाकर्षण का मान कम हो जाएगा।

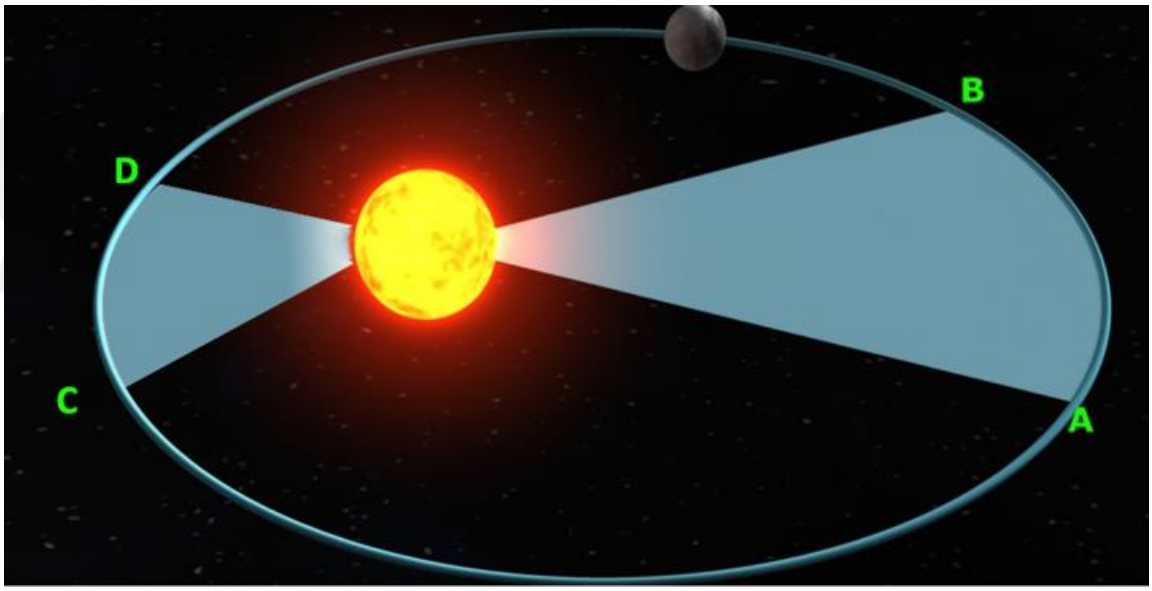
केपलर के ग्रहों के गति के नियम

ग्रहों की गति को समझाने के लिए, केपलर ने तीन नियम दिए।

1. **कक्षा का नियम (पहला नियम):** हमारे सौरमंडल में ग्रह सूर्य के चारों ओर दीर्घवृत्ताकार कक्षा में परिक्रमा करते हैं और सूर्य उस ग्रह के दीर्घवृत्ताकार मार्ग के केन्द्र पर स्थित होता है।



2. **क्षेत्रफल का नियम (दूसरा नियम):** सूर्य की परिक्रमा करते हुए किसी ग्रह के स्थिति सदिश द्वारा प्रति इकाई समय में तय किया गया क्षेत्रफल उस दीर्घवृत्ताकार मार्ग में ग्रह की स्थिति पर निर्भर नहीं होकर समान रहता है। केपलर का दूसरा नियम कोणीय संवेग संरक्षण के नियम का पालन करता है।



केपलर के दूसरे नियम के अनुसार, ग्रह की क्षेत्रीय चाल नियत रहती है।

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = constant$$

इसका अर्थ है कि दीर्घवृत्ताकार मार्ग पर सूर्य के समीप वाले ग्रह की गति अधिक होगी, और वह दिए गए समय में अधिक क्षेत्रफल तय करेगा।

3. **परिक्रमण काल का नियम (तीसरा नियम):** किसी ग्रह के सूर्य के चारों ओर उसके परिक्रमण काल का वर्ग उस ग्रह की सूर्य के परितः उसके कक्षीय मार्ग की अर्धमुख्य अक्ष के घन के अनुक्रमानुपाती होती है।

$$T^2 \propto R^3$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{GM}$$

गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र और स्थितिज ऊर्जा

गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र (E) - यह किसी पिण्ड के परितः आसपास का वह क्षेत्र है जिसमें वह पिण्ड अन्य पिण्डों के गुरुत्वाकर्षण खिंचाव का अनुभव करता है। M द्रव्यमान के पिण्ड द्वारा पिण्ड के केन्द्र से r दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर गुरुत्वीय क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{GM}{r^2}$$

गुरुत्वीय विभव (V) - किसी पिण्ड के गुरुत्वीय क्षेत्र में किसी बिंदु पर गुरुत्वीय विभव का मान किसी इकाई द्रव्यमान के पिण्ड को अनंत से उस बिंदु तक लाने में किए गए कार्य के बराबर होता है।

$$V = -\frac{GM}{r}$$

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

गुरुत्वीय विभव (V) गुरुत्वीय क्षेत्र (E) से संबंधित होता है।

गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा - किसी पिण्ड के गुरुत्वीय क्षेत्र में किसी बिंदु पर स्थित एक पिण्ड की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा का मान उस पिण्ड को अनंत से उस बिंदु तक लाने में किए गए कार्य के बराबर होता है।

द्रव्यमान M के गुरुत्वीय क्षेत्र में पिण्ड से r दूरी पर स्थित m द्रव्यमान के पिण्ड की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा

$$U = -\frac{GMm}{r}$$

उपग्रह और उनकी गति

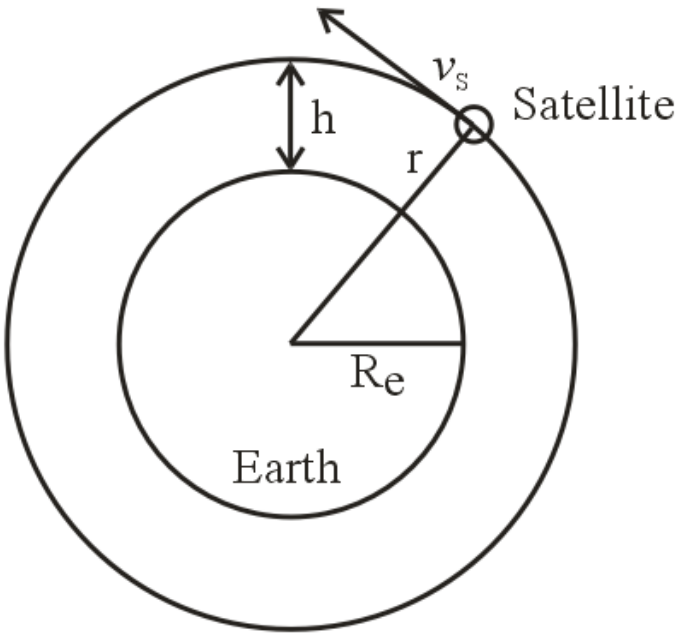
किसी ग्रह के गुरुत्वाकर्षण बल के कारण उसके चारों ओर चक्कर लगाने वाले प्राकृतिक या कृत्रिम पिण्डों को उपग्रह कहते हैं।

पलायन वेग - किसी पिण्ड का वह वेग जो उसे पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण बल से बाहर निकलने के लिए आवश्यक हो, पलायन वेग कहलाता है। पृथ्वी के पलायन वेग का मान

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

कक्षीय वेग- पृथ्वी सतह से h ऊँचाई पर परिक्रमा करते उपग्रह का कक्षीय वेग =

$$v_o = \sqrt{\frac{2GM_e}{r}} = \sqrt{\frac{GM_e}{R_e + h}} = R_e\sqrt{\frac{g}{R_e + h}}$$



जब उपग्रह पृथ्वी सतह के समीप चक्कर लगाएगा, $h << R_e$, तब उपग्रह का कक्षीय वेग

$$v_o = \sqrt{gR_e}$$

पृथ्वी सतह के समीप किसी बिंदु पर, पलायन वेग और कक्षीय वेग में संबंध इस प्रकार है -

$$v_e = \sqrt{2}v_o$$

किसी उपग्रह का परिक्रमा काल

किसी उपग्रह द्वारा पृथ्वी का एक चक्कर लगाने में लगे समय को परिक्रमा काल कहा जाता है,

$$T = \frac{2\pi r}{v_o} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_e + h)^3}{GM_e}} = \frac{2\pi}{R_e}\sqrt{\frac{(R_e + h)^3}{g}}$$

जब, उपग्रह पृथ्वी की सतह के पास से गुजर रहा हो, $h << R_e$, तब

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R_e}{g}}$$

परिक्रमणशील उपग्रह की ऊर्जा

किसी उपग्रह की गतिज ऊर्जा

$$K = \frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}\frac{GM_e m}{r} = \frac{1}{2}\frac{GM_e m}{(R_e + h)}$$

किसी उपग्रह की स्थितिज ऊर्जा

$$U = -\frac{GM_e m}{r} = -\frac{GM_e m}{(R_e + h)}$$

किसी उपग्रह की कुल ऊर्जा

$$E = K + U = -\frac{GM_e m}{2r} = -\frac{GM_e m}{2(R_e + h)}$$

भूस्थैतिक उपग्रह - वे उपग्रह जो पृथ्वी के चारों ओर भूमध्य रेखीय कक्षा में समान कोणीय वेग से परिक्रमा करते हैं और उनकी गति अपनी अक्ष पर पृथ्वी की घूर्णन की दिशा के समान होती है, भूस्थैतिक उपग्रह कहलाते हैं।

1. ये पृथ्वी सतह से 36,000 किमी की निश्चित ऊँचाई पर परिक्रमा करते हैं।
2. ये पृथ्वी के भूमध्यरेखीय तल के अनुदिश कक्षा में परिक्रमा करते हैं।
3. इनके घूर्णन की दिशा पृथ्वी के घूर्णन की दिशा के समान अर्थात पश्चिम से पूर्व की ओर होती है।
4. इनकी परिक्रमण अवधि पृथ्वी की अपनी अक्ष पर घूर्णन अवधि के समान होती है।

ध्रुवीय उपग्रह – ध्रुवीय कक्षा में परिक्रमा करने वाले उपग्रहों को ध्रुवीय उपग्रह कहते हैं।

1. इन उपग्रहों की कक्षा इस प्रकार होती है कि ये 24 घंटे में उत्तरी और दक्षिणी ध्रुव से एक बार अवश्य गुजरते हैं।

2. ये भूस्थैतिक कक्षाओं से काफी नीचे लगभग (850 किमी) की ऊँचाई पर स्थित होते हैं।
3. इसलिए ये बादलों और तूफानों के बारे में अधिक विस्तृत जानकारी देने में सक्षम होते हैं।

भारहीनता -

जब कोई पिण्ड स्वतंत्र होता है और उस पर कोई बल कार्य नहीं कर रहा होता है, तो इस स्थिति को भारहीनता कहा जाता है।

जब कोई पिण्ड पृथ्वी के गुरुत्वीय त्वरण के समान त्वरण से स्वतंत्र रूप से गिरता है, तो उस वस्तु को भारहीन कहा जाता है क्योंकि उस पर कोई बल कार्य नहीं कर रहा है।