



एसएससी एवं रेलवे के लिए त्रिकोणमितीय राशियों पर आधारित नोट्स एवं शार्ट ट्रिक्स

Powered by :



gradeup



त्रिकोणमितीय राशियों पर आधारित नोट्स एवं शार्ट ट्रिक्स

पाइथागोरस समीकरण:-

- $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
- $\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$
- $\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$

त्रिकोणमितीय फलन का ऋणात्मक मान

- $\sin(-x) = -\sin x$
- $\cos(-x) = \cos x$
- $\tan(-x) = -\tan x$
- $\csc(-x) = -\csc x$
- $\sec(-x) = \sec x$
- $\cot(-x) = -\cot x$

यदि $A + B = 90^\circ$, तो

- $\sin A = \cos B$
- $\sin^2 A + \sin^2 B = \cos^2 A + \cos^2 B = 1$
- $\tan A = \cot B$
- $\sec A = \csc B$

उदाहरण के लिये,

यदि $\tan(x+y) \tan(x-y) = 1$, तो $\tan(2x/3)$ का मान है?

हल:

$$\tan A = \cot B, \tan A \cdot \tan B = 1$$

इसलिये, $A + B = 90^\circ$

$$(x+y) + (x-y) = 90^\circ, 2x = 90^\circ, x = 45^\circ$$

$$\tan(2x/3) = \tan 30^\circ = 1/\sqrt{3}$$

यदि $A - B = 90^\circ$, ($A > B$) तो

- $\sin A = \cos B$
- $\cos A = -\sin B$
- $\tan A = -\cot B$

यदि $A \pm B = 180^\circ$, तो

- $\sin A = \sin B$
- $\cos A = -\cos B$

यदि $A + B = 180^\circ$

तो, $\tan A = -\tan B$

यदि $A - B = 180^\circ$

तो, $\tan A = \tan B$

उदाहरण के लिये:

$\tan 80^\circ + \tan 100^\circ$ का मान पता करें?

हल: चूँकि $80 + 100 = 180$

इसलिये, $\tan 80^\circ + \tan 100^\circ = 0$

यदि $A + B + C = 180^\circ$, तो

$$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A * \tan B * \tan C$$

$$\sin \theta * \sin 2\theta * \sin 4\theta = \frac{1}{4} \sin 3\theta$$

$$\cos \theta * \cos 2\theta * \cos 4\theta = \frac{1}{4} \cos 3\theta$$



Free Test for
SC CGL/CPO/ & RRB Grp. D /
ALP/Technician & RPF SI/Const. & State Exams

ATTEMPT NOW

उदाहरण के लिये: $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$ का मान क्या है?

हल: हम जानते हैं कि $\cos \theta * \cos 2\theta * \cos 4\theta = \frac{1}{4} \cos 3\theta$

अब, $(\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ) \cos 60^\circ$

$$\frac{1}{4} (\cos 3 \cdot 20) * \cos 60^\circ$$

$$\frac{1}{4} \cos^2 60^\circ = \frac{1}{4} * \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

यदि $a \sin \theta + b \cos \theta = m$ & $a \cos \theta - b \sin \theta = n$

$$\text{तो } a^2 + b^2 = m^2 + n^2$$

उदाहरण के लिये:

यदि $4 \sin \theta + 3 \cos \theta = 2$, $4 \cos \theta - 3 \sin \theta$ का मान पता करें:

हल:

$$\text{माना } 2 \cos \theta - 3 \sin \theta = x$$

सूत्र $a^2 + b^2 = m^2 + n^2$ के प्रयोग से,

$$4^2 + 3^2 = 2^2 + x^2$$

$$16 + 9 = 4 + x^2$$

$$x = \sqrt{21}$$

यदि

$$\sin \theta + \cos \theta = p \text{ \& \ } \csc \theta - \sec \theta = q$$

$$\text{तो } p - \left(\frac{1}{p}\right) = \frac{2}{q}$$

उदाहरण के लिये:

यदि $\sin \theta + \cos \theta = 2$, $\csc \theta - \sec \theta$ का मान ज्ञात करें :

हल:

सूत्र के प्रयोग से,

$$p - \left(\frac{1}{p}\right) = \frac{2}{q}$$

$$2 - \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} = \frac{2}{q}$$

$$q = \frac{4}{3} \text{ अथवा } \csc \theta - \sec \theta = \frac{4}{3}$$

यदि

$$a \cot \theta + b \csc \theta = m \text{ \& \ } a \csc \theta + b \cot \theta = n$$

$$\text{तो } b^2 - a^2 = m^2 - n^2$$

यदि

$$\cot \theta + \cos \theta = x \text{ \& \ } \cot \theta - \cos \theta = y$$

$$\text{तो } x^2 - y^2 = 4 \sqrt{xy}$$

यदि

$$\tan \theta + \sin \theta = x \text{ \& \ } \tan \theta - \sin \theta = y$$

$$\text{then } x^2 - y^2 = 4 \sqrt{xy}$$

यदि

$$y = a^2 \sin^2 x + b^2 \csc^2 x + c$$

$$y = a^2 \cos^2 x + b^2 \sec^2 x + c$$

$$y = a^2 \tan^2 x + b^2 \cot^2 x + c$$



Free Test for
SC CGL/CPO/ & RRB Grp. D /
ALP/Technician & RPF SI/Const. & State Exams

ATTEMPT NOW

तो,

$$y_{\min} = 2ab + c$$

y_{\max} = परिभाषित नहीं है

उदाहरण के लिये:

यदि $y = 9 \sin^2 x + 16 \csc^2 x + 4$ तो y_{\min} है:

हल:

$$y_{\min} = 2 * \sqrt{9} * \sqrt{16} + 4 \\ = 2 * 3 * 4 + 20 = 24 + 4 = 28$$

यदि

$$y = a \sin x + b \cos x + c$$

$$y = a \tan x + b \cot x + c$$

$$y = a \sec x + b \csc x + c$$

तो, $y_{\min} = + [\sqrt{(a^2+b^2)}] + c$

$$y_{\max} = - [\sqrt{(a^2+b^2)}] + c$$

उदाहरण के लिये:

यदि $y = 1/(12\sin x + 5 \cos x + 20)$ तो y_{\max} है:

हल:

$$(y_{\max} = 1/x_{\min} = 1/(-\sqrt{12^2 + 5^2}) + 20 = 1/(-13+20) = 1/7$$

Sin² θ, का अधिकतम मान = 1, न्यूनतम मान = 0

Cos² θ, अधिकतम मान = 1, न्यूनतम मान = 0

यहाँ कुछ त्रिकोणमितीय राशियों पर आधारित कुछ महत्वपूर्ण प्रश्न दिये गये हैं।

(1) $\sec^4 A - \sec^2 A$ का मान है

(a) $\tan^2 A + \tan^4 A$

(b) $\tan^2 A - \tan^4 A$

(c) $\tan^4 A - \tan^2 A$

(d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर. (a)

$\sec^4 A - \sec^2 A$ बराबर है

$$\sec^4 A - \sec^2 A = \sec^2 A(\sec^2 A - 1)$$

$$\Rightarrow \sec^2 A \tan^2 A [\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta]$$

$$\Rightarrow (1 + \tan^2 A) \tan^2 A$$

$$\Rightarrow \tan^2 A + \tan^4 A$$

(2) यदि न्यूनतम कोण है और (तो बराबर है

(a) 1

(b) 3

(c) 2

(d) 4

उत्तर (c)

यदि व्युत्क्रमानुपाती मान का योग 2 है

i.e., यदि $x + \frac{1}{x} = 2$. तो $x^4 + \frac{1}{x^4} = 2$

$$\Rightarrow \sin x + \operatorname{cosec} x = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} \tan x + \cot x = 2 \\ \cot x + \sec x = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Inversely proportional}$$

इसलिये $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = 2$

अथवा हम $\theta = 45^\circ$ रख सकते हैं।



Free Test for
SC CGL/CPO/ & RRB Grp. D /
ALP/Technician & RPF SI/Const. & State Exams

ATTEMPT NOW

(3) $(\sec x + \sec y + \tan x + \tan y)^2 - (\sec x \tan y + \tan x \sec y)^2$ का सरलतम मान है -

- (a) -1 (b) 0
(c) $\sec^2 x$ (d) 1

उत्तर (d)

$(\sec x + \sec y + \tan x + \tan y)^2 - (\sec x \tan y + \tan x \sec y)^2$ का सरलतम मान प्राप्त किया जा सकता है $x=y=45^\circ$

$$= (\sqrt{2} \times \sqrt{2} + 1 \times 1)^2 - (\sqrt{2} \times 1 + 1 \times \sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow (2+1)^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow (3)^2 - (2\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow 9 - 8$$

$$\Rightarrow 1$$

(4) $(1 + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta)(1 + \tan \theta + \sec \theta) = ?$ का मान है -

- (a) 1 (b) -1
(c) 2 (d) -2

उत्तर (c)

यदि $\theta = 45^\circ$,

$$\Rightarrow (1 + 1 - \sqrt{2})(1 + 1 + \sqrt{2})$$

$$\Rightarrow (2 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) [a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)]$$

$$\Rightarrow 4 - 2$$

$$\Rightarrow 2$$

(5) यदि $\sec \theta + \tan \theta = 2$ तो $\sec \theta$ बराबर है

- (a) 7/4 (b) 7/2
(c) 5/2 (d) 5/4

उत्तर (d)

\Rightarrow as we know that $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$

$$\Rightarrow (2) (\sec \theta - \tan \theta) = 1$$

$$\sec \theta - \tan \theta = 1/2 \dots\dots(i)$$

$$\sec \theta + \tan \theta = 2 \dots\dots(ii)$$

जैसा कि हम जानते हैं

सरल करने पर हम पाते हैं $\sec \theta = 5/4$

नोट: यदि $x+y=a$

और $x-y=b$

तो $x=(a+b)/2$ और $y=(x-y)/2$



Free Test for
SC CGL/CPO/ & RRB Grp. D /
ALP/Technician & RPF SI/Const. & State Exams

ATTEMPT NOW



एस.एस.सी सी.जी.एल, सी.पी.ओ एवं आर.आर.बी ग्रूप डी
ए.एल.पी/ तकनीशियन, आर.पी.एफ एस.आई/कांस्टेबल
एवं राज्य परीक्षाएं

- नवीनतम परीक्षा पैटर्न के आधार पर
- हिंदी और अंग्रेजी में उपलब्ध है
- ऑल इंडिया रैंक और प्रदर्शन विश्लेषण
- समाधानों का विस्तृत विवरण
- वेब और मोबाइल पर उपलब्ध है

